Istituzioni e didattica della matematica

Marina Cazzola (marina.cazzola@unimib.it)

6 aprile 2016

Operazioni

Operazioni

Dato un insieme A, una operazione in A è una funzione che a ogni coppia di elementi di A associa uno e un solo elemento di A (il "risultato" dell'operazione).

Gruppi

Un insieme A in cui sia definita una operazione $\cdot$ è chiamato **gruppo** se

Gruppi

Un insieme A in cui sia definita una operazione $\cdot$ è chiamato **gruppo** se

- $\cdot$ è associativa: per ogni $a, b, c \in A$ si ha $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Gruppi

Un insieme A in cui sia definita una operazione $\cdot$ è chiamato **gruppo** se

- $\cdot$ è associativa: per ogni $a, b, c \in A$ si ha $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- esiste un elemento neutro: esiste $e \in A$ tale che qualunque sia $a \in A$ si ha $a \cdot e = e \cdot a = a$

Gruppi

Un insieme A in cui sia definita una operazione $\cdot$ è chiamato **gruppo** se

- $\cdot$ è associativa: per ogni $a, b, c \in A$ si ha $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- esiste un elemento neutro: esiste $e \in A$ tale che qualunque sia $a \in A$ si ha $a \cdot e = e \cdot a = a$
- ogni elemento di A ha un inverso: per ogni $a \in A$ esiste $\overline{a} \in A$ tale che $a \cdot \overline{a} = \overline{a} \cdot a = e$

Esempi di gruppi:

$(\mathbb{Z}, +, 0)$, $(\mathbb{Q}^\star, \times, 1)$, $(\mathbb{Z}_n, +, [0]_n)$, $(\mathbb{Z}_n^\star, \times, [1]_n)$

(cfr. *Galleria di metamorfosi*, p. 40)

Gruppi

Operazioni

L’insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

Gruppi

Operazioni

L’insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- ∘ è associativa

Gruppi

Operazioni

L’insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l’elemento neutro di $\circ$

Gruppi

Operazioni

L’insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l’elemento neutro di $\circ$
- ogni isometria ammette inverso, per es.

Gruppi

L'insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l'elemento neutro di $\circ$
- ogni isometria ammette inverso, per es.
  - $(\sigma_r)^{-1} = \sigma_r$

L'insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l'elemento neutro di $\circ$
- ogni isometria ammette inverso, per es.
  - $(\sigma_r)^{-1} = \sigma_r$
  - $(\rho_{O,\alpha})^{-1} = \rho_{O,-\alpha}$

L'insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l'elemento neutro di $\circ$
- ogni isometria ammette inverso, per es.
  - $(\sigma_r)^{-1} = \sigma_r$
  - $(\rho_{O,\alpha})^{-1} = \rho_{O,-\alpha}$
  - $(\tau_v)^{-1} = \tau_{-v}$

L'insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l'elemento neutro di $\circ$
- ogni isometria ammette inverso, per es.
  - $(\sigma_r)^{-1} = \sigma_r$
  - $(\rho_{O,\alpha})^{-1} = \rho_{O,-\alpha}$
  - $(\tau_v)^{-1} = \tau_{-v}$
  - $(\sigma_r \circ \tau_v)^{-1} = \sigma_r \circ \tau_{-v}$ (r e v paralleli)